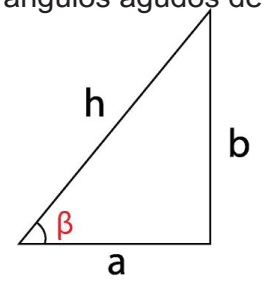
1.5.4 Funciones trigonométricas en el triangulo rectángulo

Un triangulo rectángulo está compuesto por un ángulo recto, dos ángulos agudos, dos catetos y la hipotenusa que es mayor que los catetos. La suma interna de sus ángulos es igual a 180°.

1.5.4.1 Funciones trigonométricas de ángulos agudos de un triangulo rectángulo

Figura 16, Triangulo Rectangulo



La figura 16 triangulo rectángulo, nos muestra un triangulo rectángulo donde β (Beta) es un ángulo agudo compuesto por el lado a que se denomina cateto o lado adyacente al ángulo β. El lado b se llama cateto opuesto al ángulo β y h es la hipotenusa. Con esta notación se definen las seis funciones trigonométricas para el ángulo β

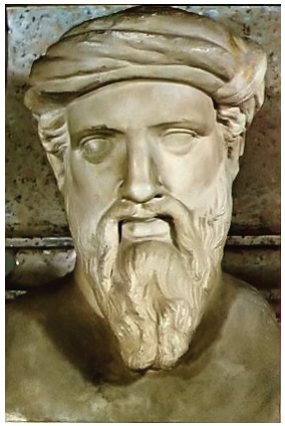
Cuadro de funciones trigonométricas para el ángulo β

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{h} \qquad \csc\beta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{h}{b}$$

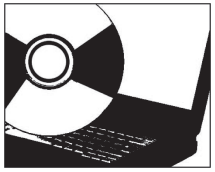
$$\cos\beta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{h} \qquad \sec\beta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{h}{a}$$

$$\tan\beta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a} \qquad \cot\beta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{a}{b}$$

PITÁGORAS



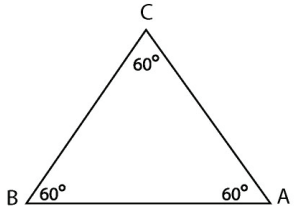
Pitágoras fue un filósofo y matemático griego que nació en el año 582 antes de Cristo en la isla de Samos.
Sus doctrinas influyeron mucho en Platón. Pitágoras fue instruido en las enseñanzas de los primeros filósofos jonios Tales de Mileto, Anaximandro y Anaxímenes.



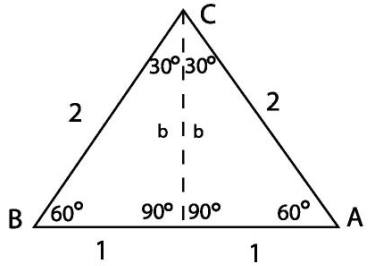
AUDIO DE PITÁGORAS

1.5.5 Funciones trigonométrica de ángulos notables

Los ángulos que miden 30°, 45° y 60° se emplean frecuentemente en trigonometría. Las funciones trigonométricas para los ángulos de 60° y 30° se obtienen de la siguiente manera.
Figurara 17 Triangulo Equilátero)



Se dibuja un triangulo equilátero cuyos lados son de igual longitud. Cada uno de sus ángulos mide 60°. Si se hace una bisección del ángulo α se obtendrá dos triángulos rectángulos, conformados por dos ángulos de 30°, 60° y 90°
Figura 18 bisección del triángulo equilátero).



La hipotenusa de los dos triángulos tiene una longitud 2, los lados mas cortos son de longitud 1. Aplicando el teorema de Pitágoras podemos hallar el lado faltante b que representa la altura del triangulo así:

$$hip^2 = a^2 + b^2$$

$b^2 = (2)^2 - (1)^2 = 3$ Despejamos a b

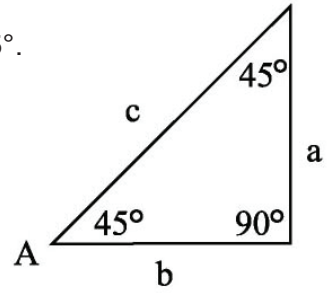
$b = \sqrt{3}$

De tal manera que del triangulo ?ACBse puede obtener las siguientes funciones

Para θ=30° $\operatorname{sen} 30° = \frac{1}{2}$, $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Para θ=60° $\operatorname{sen} 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 30° = \frac{1}{2}$, $\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

Para definir las funciones del ángulo de 45° se considera un triangulo rectángulo isósceles, que tiene dos lados iguales de longitud 1
ver figura 19 triangulo rectángulo de 45°.



Utilizando el teorema de Pitágoras se halla el valor de la hipotenusa y se definen sus seis funciones de la siguiente manera.

$$hip^2 = a^2 + b^2$$

$$hip^2 = (1)^2 + (1)^2 = 2$$

$$hip = \sqrt{2}$$

Entonces, se tiene que:

$sen\ 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\tan 45° = \frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{2}/2} = 1$

$csc\ 45° = \sqrt{2}$ $\sec\ 45° = \sqrt{2}$ $\cot 45° = \frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{2}/2} = 1$